

Aufgabe 8.1 *Homogene Stromverteilung mit Zylindersymmetrie* (3 Punkte)

Ein stromdurchflossener Leiter mit Radius R werde beschrieben durch eine homogene Stromverteilung mit Zylindersymmetrie, die translationsinvariant in z -Richtung ist, d.h. die Stromdichte ist in Zylinderkoordinaten (ρ, ϕ, z) gegeben durch

$$\mathbf{j} = \begin{cases} j \mathbf{e}_z & \text{für } \rho \leq R, \\ 0 & \text{für } \rho > R, \end{cases}$$

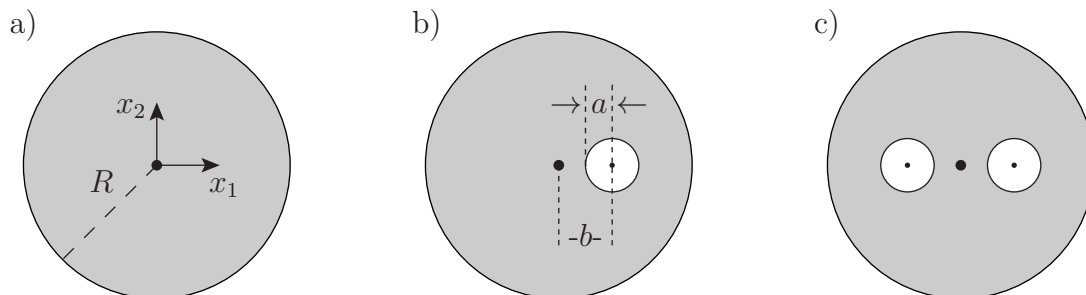
wobei j konstant ist.

- a) Berechnen Sie die magnetische Flussdichte \mathbf{B} innerhalb und außerhalb des Leiters aus den Feldgleichungen für \mathbf{B} . Die Symmetrie der Anordnung gibt dem von \mathbf{j} erzeugten Feld dabei die Form $\mathbf{B}(\rho, \phi, z) = B_\rho(\rho)\mathbf{e}_\rho + B_\phi(\rho)\mathbf{e}_\phi + B_z(\rho)\mathbf{e}_z$. Skizzieren Sie die magnetischen Feldlinien in der x_1 - x_2 -Ebene.

- b) Parallel zur z -Achse werde nun im Abstand b ein Loch mit Radius a gebohrt, das ganz im Innern des Drahtes liegt, d.h. die Stromdichte verschwinde nun für $(x_1 - b)^2 + x_2^2 < a^2$, wobei $a + b < R$. Dabei wurde die Mitte des Loches auf die x_1 -Achse gelegt. Berechnen Sie nun die magnetische Flussdichte \mathbf{B} im Innern des Loches sowie im Innern des Drahtes. Skizzieren Sie die magnetischen Feldlinien in der x_1 - x_2 -Ebene.

(Hinweis: Superpositionsprinzip. Gehen Sie zu kartesischen Koordinaten über.)

- c) Von der x_3 -Achse aus gesehen, werde nun auf der gegenüberliegenden Seite ein Loch derselben Größe gebohrt, d.h. die Stromdichte verschwinde nun auch für $(x_1 + b)^2 + x_2^2 < a^2$. Berechnen Sie die magnetische Flussdichte \mathbf{B} im Innern des ersten Loches und skizzieren Sie die Feldlinien.



Bitte wenden

Aufgabe 8.2 *Magnetfeld einer rotierenden geladenen Kugelschale* (1 Punkt)

Eine Kugel vom Radius R , auf deren Oberfläche die Ladung q gleichmäßig verteilt ist, rotiere mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}$ um eine Achse durch den Kugelmittelpunkt. Berechnen Sie das Vektorpotential \mathbf{A} und die magnetische Flussdichte \mathbf{B} innerhalb und außerhalb der Kugel.

Aufgabe 8.3 *Mg. Moment und Drehimpuls eines rotierenden Körpers* (0,5 Punkte)

Ein Körper (Masse m , Gesamtladung q) mit der Ladungsdichte $\rho_e(\mathbf{x})$ und der Massendichte $\rho_m(\mathbf{x})$ rotiere mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}$ um eine feste Achse. Welche Beziehung besteht zwischen dem Drehimpuls des Körpers und dem magnetischen Moment unter der Annahme, dass $\rho_e(\mathbf{x})$ und $\rho_m(\mathbf{x})$ proportional zueinander sind, d. h. $\rho_e(\mathbf{x}) = q f(\mathbf{x})$ und $\rho_m(\mathbf{x}) = m f(\mathbf{x})$ mit einer gemeinsamen Verteilungsfunktion $f(\mathbf{x})$? $f(\mathbf{x})$ soll rotationssymmetrisch bezüglich der Rotationsachse sein.