

---

**Übungen zur Höheren Mathematik für Physiker — Blatt 11**

— Prof. S. Dittmaier, Universität Freiburg, SS17 —

---

**Aufgabe 11.1**    *Lineares Dgl.-System mit konstanten Koeffizienten*    (4 Punkte)

Geben Sie ein Fundamentalsystem für folgendes lineare Dgl.-System an:

$$\begin{aligned}y_1' &= -y_1 + 5y_2 + 6y_3, \\y_2' &= -y_1 + y_2 + 2y_3, \\y_3' &= 4y_2 + 2y_3.\end{aligned}\tag{1}$$

Berechnen Sie die zugehörige Wronski-Determinante.

**Aufgabe 11.2**    *Lineare Differentialgleichung 2. Ordnung*    (3 Punkte)

Lösen Sie die Differentialgleichung

$$u'' + \frac{x}{1-x} u' - \frac{1}{1-x} u = x - 1,\tag{2}$$

zur Anfangsbedingung  $u(0) = 0$ ,  $u'(0) = 1$ .

*Hinweis:* Eine Lösung der homogenen Gleichung ist gegeben durch  $u_1(x) = x$ .

**Aufgabe 11.3**    *Eulersche Differentialgleichung*    (3 Punkte)

Wir betrachten die Eulersche Differentialgleichung

$$a_n x^n u^{(n)} + a_{n-1} x^{n-1} u^{(n-1)} + \dots + a_1 x u' + a_0 u = 0,\tag{3}$$

wobei  $a_k$  reelle Konstanten sind.

- a) Zeigen Sie, dass die Transformation  $t = \ln x$  ( $x > 0$ ) die Eulersche Dgl. in eine lineare Dgl. mit konstanten Koeffizienten überführt.
- b) Geben Sie ein Fundamentalsystem der Eulerschen Dgl. an.
- c) Geben Sie die allgemeine Lösung  $u(x)$  der folgenden Dgl. an:

$$x^2 u'' + 2x u' + u = 0.\tag{4}$$