
Übungen zur Höheren Mathematik für Physiker — Blatt 11

— Prof. S. Dittmaier, Universität Freiburg, SS17 —

Aufgabe 11.1 *Lineares Dgl.-System mit konstanten Koeffizienten* (4 Punkte)

Geben Sie ein Fundamentalsystem für folgendes lineare Dgl.-System an:

$$\begin{aligned}y_1' &= -y_1 + 5y_2 + 6y_3, \\y_2' &= -y_1 + y_2 + 2y_3, \\y_3' &= 4y_2 + 2y_3.\end{aligned}\tag{1}$$

Berechnen Sie die zugehörige Wronski-Determinante.

Aufgabe 11.2 *Lineare Differentialgleichung 2. Ordnung* (3 Punkte)

Lösen Sie die Differentialgleichung

$$u'' + \frac{x}{1-x} u' - \frac{1}{1-x} u = x - 1,\tag{2}$$

zur Anfangsbedingung $u(0) = 0$, $u'(0) = 1$.

Hinweis: Eine Lösung der homogenen Gleichung ist gegeben durch $u_1(x) = x$.

Aufgabe 11.3 *Eulersche Differentialgleichung* (3 Punkte)

Wir betrachten die Eulersche Differentialgleichung

$$a_n x^n u^{(n)} + a_{n-1} x^{n-1} u^{(n-1)} + \dots + a_1 x u' + a_0 u = 0,\tag{3}$$

wobei a_k reelle Konstanten sind.

- a) Zeigen Sie, dass die Transformation $t = \ln x$ ($x > 0$) die Eulersche Dgl. in eine lineare Dgl. mit konstanten Koeffizienten überführt.
- b) Geben Sie ein Fundamentalsystem der Eulerschen Dgl. an.
- c) Geben Sie die allgemeine Lösung $u(x)$ der folgenden Dgl. an:

$$x^2 u'' + 2x u' + u = 0.\tag{4}$$